

IDENTIFICAZIONE DELLE CAUSE DELLE FLUTTUAZIONI PIEZOMETRICHE IN UNA FALDA FREATICA

A cura di V. Francani e C. Rampolla

vincenzo.francani@polimi.it

carla.rampolla@gmail.com

Indice

<u>1</u>	<u>PREMESSA.....</u>	<u>2</u>
<u>2</u>	<u>SERIE STORICHE</u>	<u>3</u>
<u>3</u>	<u>DESCRIZIONE MODELLO.....</u>	<u>5</u>
<u>4</u>	<u>RISULTATI.....</u>	<u>6</u>
	<u>4.1. ANALISI VARIANZA.....</u>	<u>8</u>
	<u>4.2. RESIDUI</u>	<u>8</u>
<u>5</u>	<u>DISCUSSIONE DEI RISULTATI.....</u>	<u>10</u>
	<u>BIBLIOGRAFIA</u>	<u>11</u>

1. PREMESSA

Nella porzione NE del Milanese, come ricordato in altri lavori pubblicati (Barozzi et al.,2015) si manifestano allagamenti degli scavi di infrastrutture che producono danni al punto da impedire o da ostacolare gravemente i lavori. Nel caso specifico, durante i lavori per l'ampliamento di un quartiere residenziale, continui allagamenti dovuti all'imprevisto sollevamento dei livelli di falda nell'area destinata alle fondazioni hanno determinato un lungo stallo dei lavori. Le tecniche idrologiche e idrogeologiche conosciute, soprattutto quelle che si avvalgono di modelli matematici, sono in grado di prevedere con sufficiente approssimazione il comportamento della piezometria in funzione delle precipitazioni. Si nota tuttavia che in alcuni casi, neppure con l'applicazione di questi metodi è possibile restituire con sufficiente precisione il comportamento della falda specialmente in corrispondenza di periodi climatici caratterizzati da precipitazioni molto consistenti. Dal momento che l'errore che si commette può rivelare l'esistenza di fattori capaci di influenzare la piezometria poco noti o ritenuti trascurabili, si è reso opportuno esporre un metodo che consente di valutare l'errore che le elaborazioni statistiche possono commettere nel stimare la piezometria in funzione di fattori come precipitazioni e temperature medie del territorio. Ciò può consentire di ottenere informazioni su cause di errore non considerate in precedenza e apportare le necessarie correzioni nei calcoli previsionali.

Nell'applicazione dei metodi tradizionali i dati generalmente utilizzati sono costituiti dalle serie storiche di precipitazioni, temperature e livelli di falda rilevati nella rete piezometrica locale, in base alle quali la piezometria viene calcolata .

Nel caso specifico le fondazioni nel progetto, che riguarda un area non esposta a variazioni piezometriche per effetto dei corsi d'acqua e delle irrigazioni se non in parte trascurabile, scendono al disotto dei 110 m s.l.m. E' pertanto necessario valutare se vi sono possibilità di superamento di tale quota da parte della falda, e la probabilità di accadimento di questo evento.

L'approccio del quale si vuole presentare un esempio si basa sull'utilizzo e la correzione del classico modello a cascata proposto da Maidment e Parzen , 1984 (a tal fine si legga l'articolo A STATISTICAL CASCADE MODEL TO GROUNDWATER MANAGEMENT <http://www.engeology.eu>).

Questo metodo prevede una prima serie di calcoli diretti a valutare sia le velocità di risalita o discesa dei livelli piezometrici conseguenti a fattori noti o valutabili con buona approssimazione (es. trend dovuti a fattori socioeconomici come l'aumento della piezometria causato dal decremento demografico) sia le entità della variazione di livello stagionale dovuto per esempio alle irrigazioni. In questa esposizione si trascurano questi elementi, rimandando al predetto studio, per affrontare un aspetto poco studiato in generale, rappresentato dall'incidenza di fattori occasionali legati a fattori climatici, quali precipitazioni, evaporazione e temperatura. Questa analisi prende il nome di regressione climatica. La teoria della regressione lineare multipla serve a studiare la dipendenza di una variabile quantitativa H da un insieme di x variabili esplicative quantitative X_1, \dots, X_m , mediante un modello lineare.

Per raggiungere tale scopo è necessario non solo valutare la relazione diretta della piezometria con questi elementi, ma anche calcolare il loro influsso indiretto: ad esempio, i prelievi dalle falde possono essere incrementati nel corso di mesi particolarmente caldi e poco piovosi. Si deve quindi valutare anche un parametro definito errore casuale (random error) generato dalla combinazioni di tali eventi, in quanto potrebbe far variare in modo sensibile i valori piezometrici determinati.

2. SERIE STORICHE UTILIZZATE

Come è stato detto in questo esempio, al fine di valutare i valori della piezometria in rapporto con il clima, gli aspetti meteorologici considerati sono le **precipitazioni mensili (X1)** e le **temperature medie mensili (X2)**, in particolare sono stati utilizzati dati da gennaio 2011 a dicembre 2015, elencati in tabella 1. Mentre la tabella 2 contiene la serie di dati piezometrici mensili H_d della città di Milano sempre per il periodo 2011-2015.

t	X1	X2	t	X1	X2	t	X1	X2
1	33,8	-0,17	21	58,8	19,58	41	25,8	18,43
2	82,6	2,96	22	150,6	12,69	42	151,8	22,74
3	33,8	6,98	23	73,8	8,98	43	183,8	22,43
4	10,2	14,09	24	183,8	6,20	44	106,8	22,06
5	45,6	17,52	25	66,8	3,50	45	13,2	19,68
6	91,4	18,95	26	65,8	3,25	46	58	15,87
7	38	20,72	27	54	7,24	47	386,8	10,97
8	21,4	23,02	28	199,8	13,58	48	66,6	5,79
9	23	19,14	29	174,6	16,21	49	57,2	4,76
10	132,5	13,47	30	188	22,37	50	125,2	4,99
11	154	8,56	31	60,4	26,43	51	34,2	10,35
12	32,4	2,46	32	15,6	24,55	52	65,8	14,65
13	19	2,36	33	60	20,15	53	88,4	19,29
14	20	4,15	34	70	14,96	54	83,2	23,64
15	12,2	6,55	35	122,2	8,88	55	36,2	28,87
16	8,4	12,78	36	113,4	4,27	56	84	24,54
17	141,2	16,10	37	113,8	5,61	57	90	19,22
18	131	22,67	38	260	7,20	58	103,4	13,49
19	37	27,12	39	190,4	11,54	59	7,6	8,92
20	33,8	25,35	40	86,8	15,08	60	3,2	5,40

Tab. 1 - precipitazioni mensili X1 (in mm) e temperature medie mensili X2 (in C°) dal 2011 al 2015 per la città di Milano.

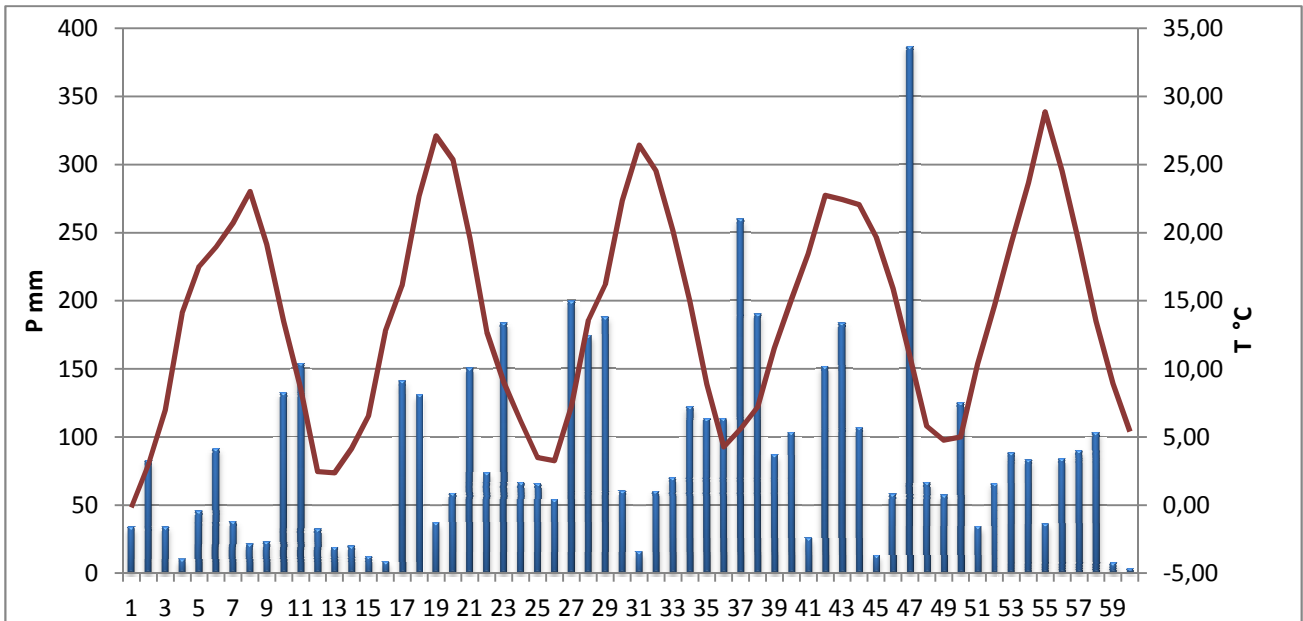


Fig. 1 – grafico delle precipitazioni mensili e delle temperature medie mensili dal gennaio 2011 al dicembre 2015.

t	H _d	t	H _d	t	H _d	t	H _d	t	H _d	t	H _d
1	108,45	11	107,75	21	110,65	31	109,05	41	108,75	51	109,25
2	108,25	12	107,6	22	107,65	32	108,4	42	108,6	52	109,15
3	108,2	13	107,65	23	107,95	33	108,35	43	108,75	53	109,05
4	107,9	14	107,75	24	108,25	34	108,45	44	108,65	54	109,25
5	107,95	15	107,8	25	108,05	35	108,25	45	109,2	55	109,15
6	108,05	16	107,45	26	107,95	36	108,3	46	108,65	56	109,4
7	107,75	17	107,65	27	108,2	37	109	47	110,65	57	109,05
8	107,85	18	107,9	28	108,15	38	109,35	48	110,35	58	109,3
9	108,05	19	107,65	29	108,85	39	109,35	49	109,5	59	109,15
10	107,75	20	107,55	30	108,85	40	108,9	50	109,45	60	108,85

Tab. 2 - Serie dei livelli piezometrici mensili per la città di Milano.

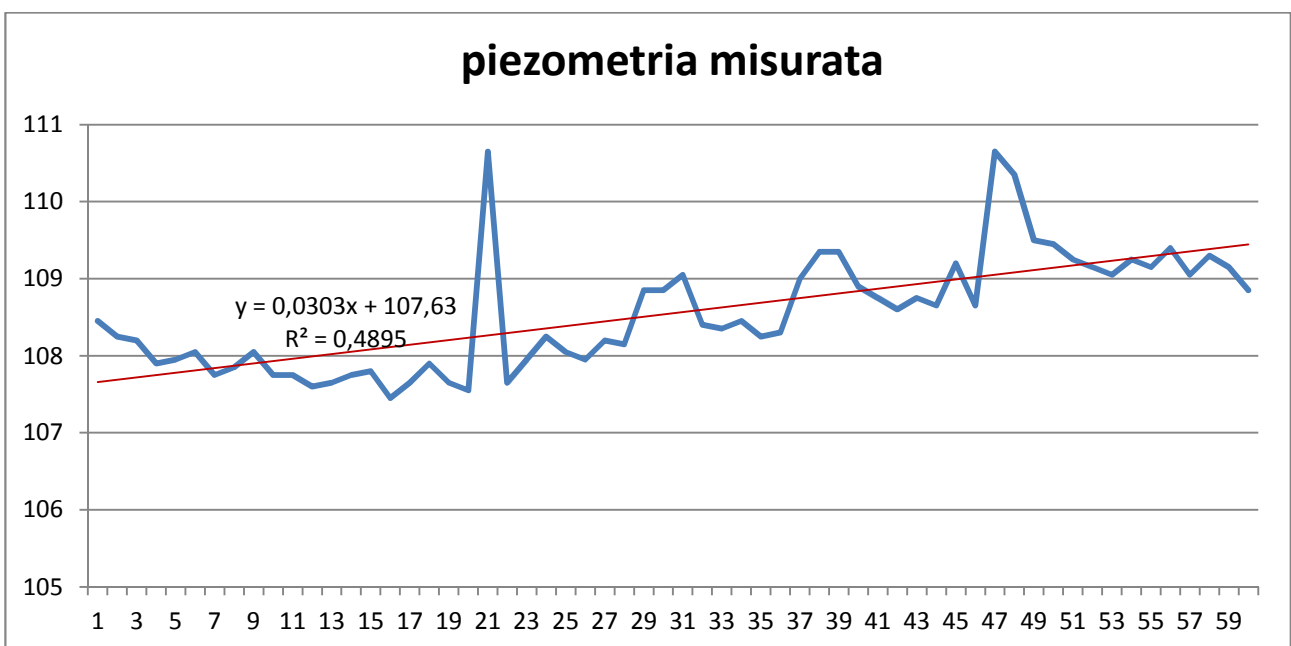


Fig. 2 – Piezometria mensile, Milano, 2011-2015

3. DESCRIZIONE DEL MODELLO

I fattori climatici contribuiscono in modo significativo nelle fluttuazioni mensili della piezometria e la relazione tra i livelli piezometrici nel tempo $H_d(t)$ e i fattori climatici può essere modellata come:

$$H_d(t) = \sum_{l=1}^L \beta_l X_l(t) + H_e(t)$$

- $t = 1, 2, \dots, T$;
- $X_l = l^{\text{esimo}}$ fattore climatico;
- $\beta =$ parametro sconosciuto stimabile dalla regressione lineare multipla delle serie storiche;
- $L =$ numero totale di fattori climatici (p.e. temperature o precipitazioni);
- $H_e(t) =$ residuo della regressione climatica (random error).

Le precipitazioni medie mensili X_1 e le temperature X_2 sono le variabili utilizzate per il modello di regressione climatica lineare multipla (si ricorda che l'analisi della regressione è una tecnica statistica per modellare e investigare le relazioni tra due o più variabili), nella quale le incognite si possono esprimere mediante un'espressione delle variabili come la relazione seguente:

$$H_d(t) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + H_e(t)$$

Con

$t = 1, 2, \dots, 60$

$\beta_0 =$ intercetta

β_1 e $\beta_2 =$ coefficienti di regressione.

Il risultato dell'analisi di regressione permette di ottenere i seguenti parametri:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$$

E $H_e(t)$ diventa:

$$H_e(t) = H_d(t) - [\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2]$$

Le equazioni di regressione, risolvibili con semplici programmi di calcolo, sono le seguenti:

$$t=1 \quad H_d(1) = \hat{\beta}_1 X_1(1) + \hat{\beta}_2 X_2 + H_e(1)$$

$$t=2 \quad H_d(2) = \hat{\beta}_1 X_1(2) + \hat{\beta}_2 X_2 + H_e(2)$$

:

:

:

$$t=60 \quad H_d(60) = \hat{\beta}_1 X_1(60) + \hat{\beta}_2 X_2 + H_e(60)$$

4. RISULTATI

Dall'analisi di regressione si ottengono i seguenti risultati :

	<i>Coefficienti</i>	<i>Errore standard</i>
Intercetta $\hat{\beta}_0$	108,1259	0,231075
Precipitazioni $\hat{\beta}_1$	0,003565	0,001334
Temperature $\hat{\beta}_2$	0,008131	0,012226

E la statistica della regressione è:

R multiplo	0,339226
R al quadrato	0,115074
R al quadrato corretto	0,084024
Errore standard	0,723615
Osservazioni	60

Si ricorda che R multiplo è il coefficiente di correlazione. R al quadrato, chiamato anche coefficiente di determinazione multiplo, indica la bontà di approssimazione del modello. Questo coefficiente è dato dall' R multiplo elevato al quadrato. Il suo valore prossimo allo 0 indica la non esistenza della relazione tra le variabili.

R al quadrato corretto é l'R al quadrato migliorato in modo da riflettere sia l'ampiezza del campione che il numero delle variabili indipendenti. Esso aiuta a misurare l'incremento di devianza dovuto all'inserimento di una nuova variabile nel modello.

L' errore standard esprime quanta parte della variabilità della variabile dipendente è spiegata dalla variabilità della variabile indipendente. L'errore standard di $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ si ottiene dalla radice quadrata del rapporto tra la varianza residua e la devianza della variabile indipendente ($\sqrt{MQ_{res}}$).

I valori di piezometria prevista ottenuti sono riassunti in tabella 3 e figura 3.

<i>t</i>	<i>piezometria prevista</i>	<i>Residui</i>	<i>Residui standard</i>	<i>t</i>	<i>piezometria prevista</i>	<i>Residui</i>	<i>Residui standard</i>
1	108,2450424	0,204958	0,288167	31	108,396437	0,653563	0,9189
2	108,4444844	-0,19448	-0,27344	32	108,5394549	-0,13945	-0,19607
3	108,3031792	-0,10318	-0,14507	33	108,5393325	-0,18933	-0,2662
4	108,276847	-0,37685	-0,52984	34	108,6832469	-0,23325	-0,32794
5	108,4309519	-0,48095	-0,67621	35	108,6024347	-0,35243	-0,49552
6	108,605875	-0,55588	-0,78155	36	108,5663768	-0,26638	-0,37452
7	108,4298741	-0,67987	-0,95589	37	109,0985352	-0,09854	-0,13854
8	108,3893896	-0,53939	-0,75837	38	108,8633111	0,486689	0,684277
9	108,3635459	-0,31355	-0,44084	39	108,5292233	0,820777	1,154
10	108,7078554	-0,95786	-1,34673	40	108,6171929	0,282807	0,397623
11	108,7445884	-0,99459	-1,39838	41	108,367756	0,382244	0,537429

t	piezometria prevista	Residui	Residui standard	t	piezometria prevista	Residui	Residui standard
12	108,2614354	-0,66144	-0,92997	42	108,8520423	-0,25204	-0,35437
13	108,2128458	-0,56285	-0,79135	43	108,9636148	-0,21361	-0,30034
14	108,2309657	-0,48097	-0,67623	44	108,6860698	-0,03607	-0,05071
15	108,22267	-0,42267	-0,59427	45	108,3329957	0,867004	1,218995
16	108,2597777	-0,80978	-1,13854	46	108,4617468	0,188253	0,264681
17	108,760259	-1,11026	-1,56101	47	109,5942114	1,055789	1,484423
18	108,7773126	-0,87731	-1,23349	48	108,4104487	1,939551	2,72698
19	108,4783472	-0,82835	-1,16464	49	108,3685589	1,131441	1,590789
20	108,5416812	-0,99168	-1,39429	50	108,6128768	0,837123	1,176983
21	108,8220698	1,82793	2,570043	51	108,3320069	0,917993	1,290685
22	108,4922236	-0,84222	-1,18415	52	108,4796372	0,670363	0,94252
23	108,8542526	-0,90425	-1,27137	53	108,5979433	0,452057	0,635585
24	108,4144955	-0,1645	-0,23128	54	108,6147731	0,635227	0,89312
25	108,3889763	-0,33898	-0,4766	55	108,4897241	0,660276	0,928338
26	108,3448717	-0,39487	-0,55518	56	108,6249434	0,775057	1,089718
27	108,8971512	-0,69715	-0,98018	57	108,6030788	0,446921	0,628365
28	108,8588535	-0,70885	-0,99664	58	108,6042646	0,695735	0,978194
29	108,9280146	-0,07801	-0,10969	59	108,2255396	0,92446	1,299778
30	108,5231554	0,326845	0,459539	60	108,1812306	0,668769	0,94028

Tab. 3 serie dei livelli piezometrici residui ottenuti dalla regressione climatica per la città di Milano.

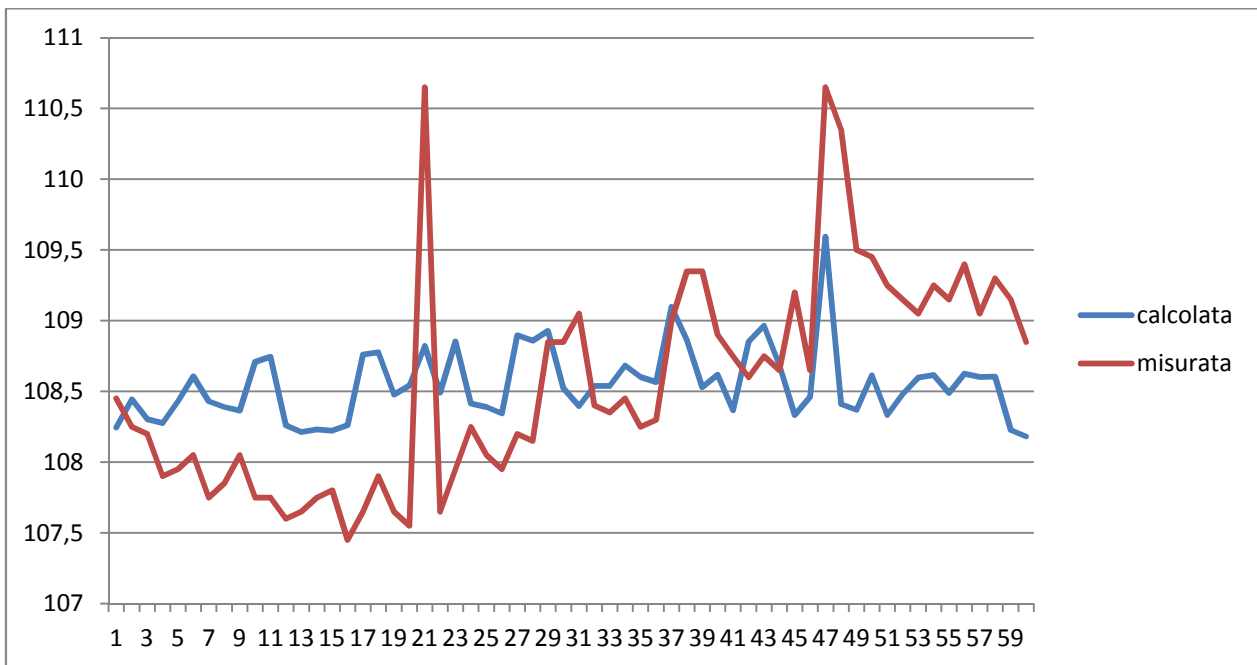


Fig. 3 . piezometria misurata e calcolata (il picco della piezometria misurata nel 22° mese è probabilmente un errore di misurazione)

4.1. ANALISI VARIANZA

	<i>gdl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>Significatività F</i>
Regressione	2	3,881156	1,940578	3,706086	0,030679413
Residuo	57	29,8463	0,523619		
Totale	59	33,72746			

Dove:

- *gdl* = gradi di libertà associati alla somma dei quadrati della regressione (risp. dei residui)
- *SQ* = somma dei quadrati della regressione (risp. dei residui), ossia la somma dei quadrati delle differenze dei valori stimati dalla media (risp. dei valori osservati e dei valori stimati)
- *SQ* = somma totale dei quadrati, ossia delle differenze dei valori osservati dalla media
- *MQ* regressione (risp. residuo) = media dei quadrati della regressione (risp. dei residui)
- *F* = valore della statistica test
- Significatività *F* = livello di significatività osservato. Rappresenta il livello di significatività più basso a cui un'ipotesi può essere rifiutata per un insieme di dati.

4.2. RESIDUI

Le differenze tra i valori osservati della variabile dipendente e i valori previsti dal modello stimato sono detti residui. Se le ipotesi del modello di regressione lineare multiplo sono soddisfatte, i punti dei residui dovrebbero tendere a disporsi casualmente ed in maniera uniforme all'interno di una banda orizzontale centrata sullo zero.

Come detto in precedenza si dicono residui le quantità $H_e(t)$:

$$H_e(t) = H_d(t) - [\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2]$$

Per il modello di regressione lineare multipla con due variabili indipendenti bisogna costruire e analizzare i seguenti grafici dei residui:

- I residui verso X_1 (fig. 4)
- I residui verso X_2 (fig. 5)
- I residui verso il tempo (fig. 6)

Il grafico dei residui delle precipitazioni e delle temperature non sembra evidenziare l'esistenza di autocorrelazione dei primi, come visibile nelle figure 4-5. Gli errori sono distribuiti a caso ed indipendentemente dai valori di X_1 e X_2 . Essi si distribuiscono sopra e sotto la media (zero) in modo casuale e il loro valore non dipendono dai valori di X_1 e X_2 .

Anche se non si evidenzia tendenza particolare, si può notare che le osservazioni 1.94 e 1.83 (fig. 4 e 5) sono abbastanza lontane dai valori della regressione, notiamo che i valori più lontani sono collocati sopra i valori teorici della regressione, non sotto. In altre parole ci sono valori

piezometrici con un valore molto maggiore di quello delineato teoricamente dalla regressione rispetto alla temperatura e alle precipitazioni.

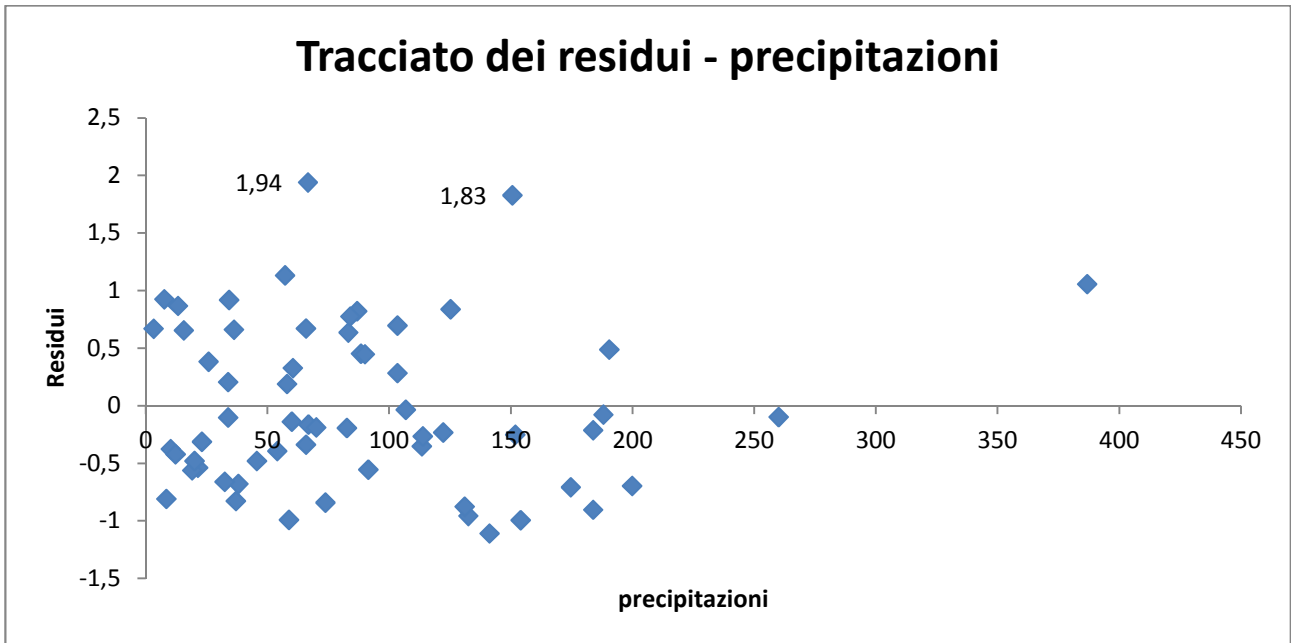


Fig.4 - residui della regressione climatica verso precipitazioni.

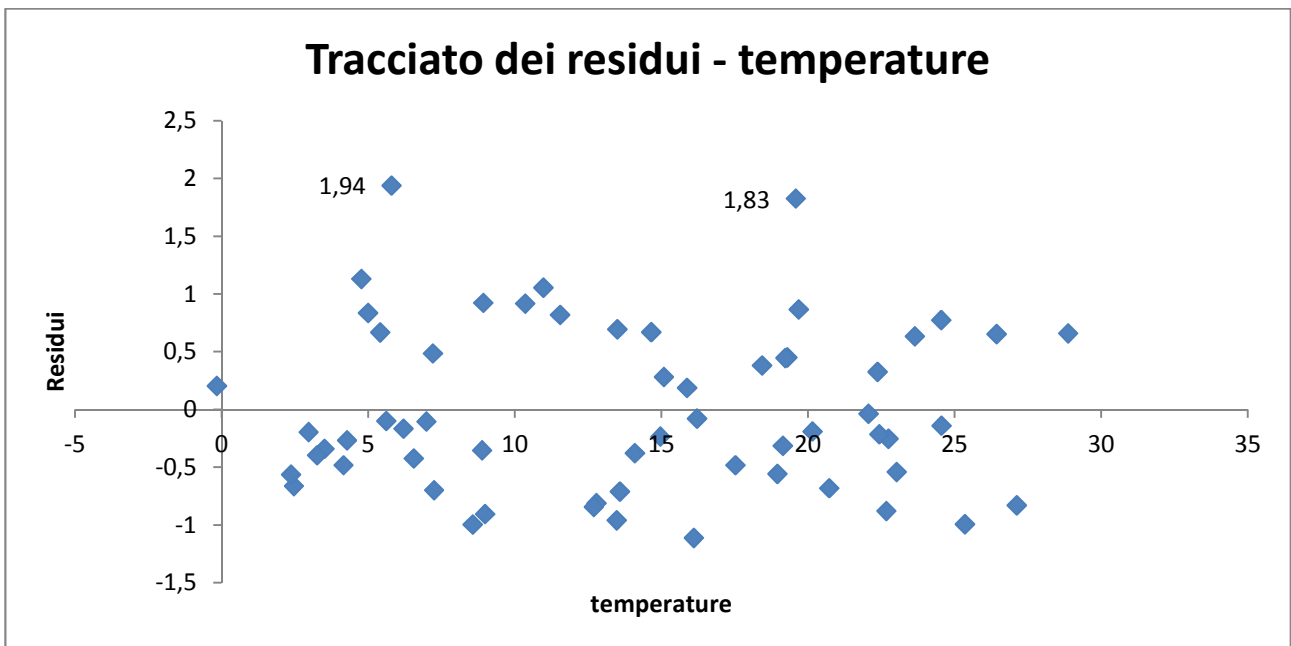


Fig. 5- residui della regressione climatica verso temperature.

Per quanto concerne il grafico dei residui verso il tempo (figura 6), si può notare che il modello non si adatta perfettamente ai dati e che i residui non hanno una distribuzione casuale. Gli errori rilevati possono essere dovuti a diversi fattori. Primo tra tutti possono essere causati da tutte quelle variabili non esplicitate nel modello, come per esempio la presenza di corsi d'acqua nelle vicinanze. Inoltre nell'errore residuo sono presenti anche gli errori di misurazione (p.e. il picco al 22° mese in fig. 2 e 3).

Da un'ulteriore analisi si può notare che i residui nel tempo tendono ad avere un andamento sinusoidale, per la precisione seguono la funzione seno traslata di π con una pendenza di 0.0274, come visibile in figura 6.

$$y = bx + a \operatorname{sen}(x + \pi)$$

$$y = 0.0274x + 2\operatorname{sen}(x + \pi)$$

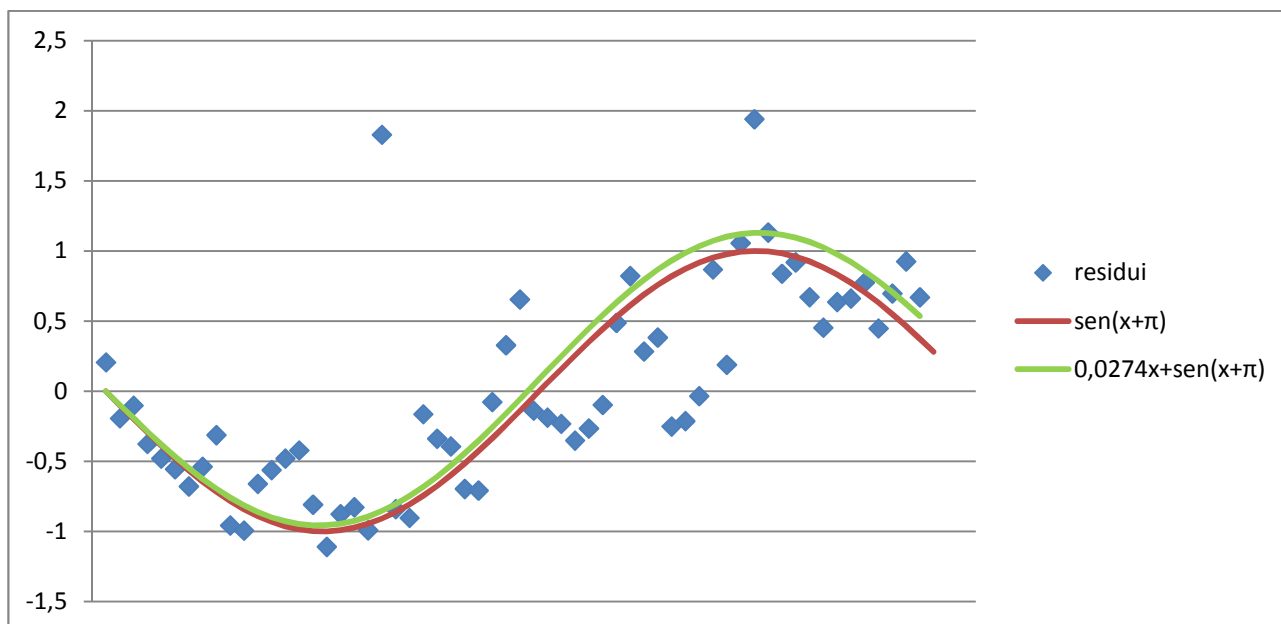


Fig. 6. - residui della regressione climatica nel tempo (pure random error).

5. DISCUSSIONE DEI RISULTATI

Le cause di questo andamento della regressione, caratterizzato da un fattore di errore che varia regolarmente nel tempo, possono essere identificate ricercando nell'area di studio possibili fonti di alimentazione o di drenaggio capaci di influenzare la falda in modo da generare una variazione piezometrica compatibile con quella identificata.

Nel caso in esame si è osservato che la differenza fra la piezometria dipendente esclusivamente da precipitazioni e temperature e quella rilevata è compatibile con l'influsso del livello di un corso d'acqua che scorre a circa 1,5 km dalle stazioni di rilevamento piezometrico. I valori minori della piezometria risulterebbero quindi influenzati dalla riduzione del livello idrometrico del corso d'acqua in seguito a periodi scarsamente piovosi, e i massimi dal livello medio corrispondente ai periodi di maggiore piovosità.

Si fa presente infine che, nel caso in cui non vi siano fattori apprezzabili di variazione piezometrica, la causa della presenza di un errore sistematico simile a quello identificato si possono far risalire al fatto che la piezometria sottoposta a rapide variazioni di afflusso, risente le conseguenze delle fluttuazioni precedenti, la cui somma può determinare un sensibile errore nelle previsioni.

Risulta quindi comprovato che le soluzioni di tipo statistico dei problemi idrogeologici, anche quando soddisfano i requisiti numerici, necessitano di riscontri delle soluzioni individuate

attraverso una puntuale identificazione di tutte le cause concorrenti nel determinare i fenomeni oggetto di studio.

BIBLIOGRAFIA:

- Barozzi A., Rampolla C., Francani V. (2015). Cause dei periodici allagamenti nella provincia di Milano fra Lambro e Adda: <http://engeology.eu/article/cause-dei-periodici-allagamenti-nella-provincia-di-milano-fra-lambro-e-adda>
- Donald Brandes (1990). Effects of Weather on Weekly Municipal Water Use in the Tampa Bay Area. The Florida geographer v. 24.
- Maidment, D. R. and Parzen E. (1984b). "A Cascade Model of Municipal Water Use." Water Resources Research 20(1): 15-23